

# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM  
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2015-2016  
MÔN THI: TOÁN (Không Chuyên)  
Thời gian: 120 phút

**Bài 1:** (2 điểm)

a) Giải phương trình  $(x^2 - 9)\sqrt{2-x} = x(x^2 - 9)$

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x^2 + 4y^2)^2 - 4(x^2 + 4y^2) = 5 \\ 3x^2 + 2y^2 = 5 \end{cases}$$

**Bài 2:** (1,5 điểm) Cho phương trình  $\frac{(x-2m)(x+m-3)}{x-1} = 0$  (1)

a) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

b) Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 14m^2 - 30m + 4$ .

**Bài 3:** (1,5 điểm) a) Rút gọn  $Q = \left( \frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} - \frac{3-\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} - \frac{36}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}-5}{3\sqrt{x}-x}$  ( $x > 0, x \neq 9, x \neq 25$ ).

b) Tìm x để  $Q < 0$ .

**Bài 4:** (2 điểm)

a) Cho một tam giác vuông. Nếu ta tăng độ dài mỗi cạnh góc vuông thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm  $33 \text{ cm}^2$ ; nếu giảm độ dài một cạnh góc vuông đi 2 cm tăng độ dài cạnh góc vuông còn lại thêm 1 cm thì diện tích giảm  $2 \text{ cm}^2$ . Hãy tính độ dài các cạnh của tam giác vuông.

b) Bạn An dự định trong khoảng thời gian từ 1/3 đến ngày 30/4 sẽ giải mỗi ngày 3 bài toán. Thực hiện đúng kế hoạch được một thời gian, vào khoảng cuối tháng 3 (tháng 3 có 31 ngày) thì bạn An bị bệnh, phải nghỉ giải toán nhiều ngày liên tiếp. Khi hồi phục, trong tuần đầu An chỉ giải được 16 bài; sau đó, An cố gắng giải 4 bài mỗi ngày và đến 30/4 thì An cũng hoàn thành kế hoạch đã định. Hỏi bạn An phải nghỉ giải toán ít nhất bao nhiêu ngày?

**Bài 5:** (3 điểm) Hình bình hành ABCD có tam giác ADC nhọn,  $\angle ADC = 60^\circ$ . Đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ADC cắt cạnh AB tại E ( $E \neq A$ ), AC cắt DE tại I.

a) Chứng minh tam giác BCE đều và  $IO \perp DC$ .

b) Gọi K là trung điểm BD, KO cắt DC tại M. Chứng minh A, D, M, I cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính  $\frac{OJ}{DE}$ .

 HẾT

# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM  
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2015-2016  
MÔN THI: TOÁN (Không Chuyên)

Thời gian: 120 phút

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1: (2 điểm)**

a) Giải phương trình  $(x^2 - 9)\sqrt{2-x} = x(x^2 - 9)$

$$\begin{aligned} (x^2 - 9)\sqrt{2-x} = x(x^2 - 9) &\Leftrightarrow (x^2 - 9)(\sqrt{2-x} - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 = 9 \\ \sqrt{2-x} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \pm 3 \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x = x^2 \end{cases} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \pm 3 \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ (x-1)(x+2) = 0 \end{cases} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \pm 3 \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 1 \text{ hay } x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \pm 3 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy  $S = \{1; -3\}$

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} (x^2 + 4y^2)^2 - 4(x^2 + 4y^2) = 5 \\ 3x^2 + 2y^2 = 5 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \begin{cases} (x^2 + 4y^2)^2 - 4(x^2 + 4y^2) = 5 \\ 3x^2 + 2y^2 = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 + 4y^2 - 5)(x^2 + 4y^2 + 1) = 0 \\ 3x^2 + 2y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4y^2 = 5 \text{ (vì } x^2 + 4y^2 + 1 > 0) \\ 3x^2 + 2y^2 = 5 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases} &\text{ Vậy } (x;y) = (1;1); (-1;-1); (1;-1); (-1;1) \end{aligned}$$

**Bài 2: (1,5 điểm)** Cho phương trình  $\frac{(x-2m)(x+m-3)}{x-1} = 0$  (1)

a) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (x-2m)(x+m-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x = 2m \\ x = -m+3 \end{cases}$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \neq 1 \\ -m+3 \neq 1 \\ 2m \neq -m+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$

Vậy khi  $\begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$  thì pt (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

**b) Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 14m^2 - 30m + 4$ .**

Vai trò  $x_1, x_2$  như nhau, không mất tính tổng quát giả sử  $x_1 = 2m; x_2 = -m + 3$ .

Ta có:  $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 14m^2 - 30m + 4$

$$\Leftrightarrow (2m)^2 + (3-m)^2 - 5 \cdot 2m(3-m) = 14m^2 - 30m + 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 (\text{loại}) \\ m = 5 (\text{nhận}) \end{cases}$$

**Bài 3: (1,5 điểm) a) Rút gọn  $Q = \left( \frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} - \frac{3-\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} - \frac{36}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}-5}{3\sqrt{x}-x}$  ( $x > 0, x \neq 9, x \neq 25$ ).**

$$= \frac{9+x+6\sqrt{x}-9-x+6\sqrt{x}+36}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})}{\sqrt{x}-5} = \frac{12(\sqrt{x}+3)}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})}{\sqrt{x}-5} = \frac{12\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}$$

**b) Tìm x để  $Q < 0$ .**

Để  $Q < 0$  thì:  $\frac{12\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-5 < 0$  (do  $\sqrt{x} > 0$ )  $\Leftrightarrow 0 \leq x < 25$ .

Kết hợp với điều kiện, ta được:  $\begin{cases} 0 < x < 25 \\ x \neq 9 \end{cases}$

Vậy  $\begin{cases} 0 < x < 25 \\ x \neq 9 \end{cases}$  thì  $Q < 0$ .

**Bài 4: (2 điểm)**

**a) Cho một tam giác vuông. Nếu ta tăng độ dài mỗi cạnh góc vuông thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm  $33 \text{ cm}^2$ ; nếu giảm độ dài một cạnh góc vuông đi 2 cm tăng độ dài cạnh góc vuông còn lại thêm 1 cm thì diện tích giảm  $2 \text{ cm}^2$ . Hãy tính độ dài các cạnh của tam giác vuông.**

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông lần lượt  $x$  (cm),  $y$  (cm) (Điều kiện  $x, y > 0$ )

Diện tích của tam giác vuông là  $\frac{1}{2}xy$  ( $\text{cm}^2$ )

Mỗi cạnh góc vuông tăng thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm  $33 \text{ cm}^2$ , ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}(x+3)(y+3) = \frac{1}{2}xy + 33 \quad (1)$$

Giảm độ dài một cạnh góc vuông đi 2cm và tăng độ dài cạnh góc vuông còn lại 1cm thì diện tích giảm  $2 \text{ cm}^2$ , ta có phương trình:  $\frac{1}{2}(x-2)(y+1) = \frac{1}{2}xy - 2 \quad (2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+3)(y+3) = \frac{1}{2}xy + 33 \\ \frac{1}{2}(x-2)(y+1) = \frac{1}{2}xy - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + 3x + 3y + 9 = xy + 66 \\ xy + x - 2y - 2 = xy - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 19 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông lần lượt là 12 cm; 7 cm và độ dài cạnh huyền là  $\sqrt{12^2 + 7^2} = \sqrt{193}$  (cm)

b) Bạn An dự định trong khoảng thời gian từ 1/3 đến ngày 30/4 sẽ giải mỗi ngày 3 bài toán. Thực hiện đúng kế hoạch được một thời gian, vào khoảng cuối tháng 3 (tháng 3 có 31 ngày) thì bạn An bị bệnh, phải nghỉ giải toán nhiều ngày liên tiếp. Khi hồi phục, trong tuần đầu An chỉ giải được 16 bài; sau đó, An cố gắng giải 4 bài mỗi ngày và đến 30/4 thì An cũng hoàn thành kế hoạch đã định. Hỏi bạn An phải nghỉ giải toán ít nhất bao nhiêu ngày?

Thời gian từ 1/3 đến 30/4 là 61 ngày.

Tổng số bài bạn An cần phải giải theo kế hoạch là:  $61 \cdot 3 = 183$  (bài toán)

Gọi  $x$  (ngày) là số ngày mà bạn An phải nghỉ giải toán ( $x \in \mathbb{N}^*$ )

Gọi  $y$  (ngày) là số ngày mà bạn An giải toán trước khi bị bệnh ( $y \in \mathbb{N}^*$ ;  $y < 31$ )

Số bài toán bạn An giải trong tháng 3 là  $3y$  (bài)

Số ngày bạn An giải mỗi ngày 4 bài toán là  $61 - (y + x + 7)$  (ngày)

Số bài toán bạn An giải mỗi ngày 4 bài toán là  $4[61 - (y + x + 7)]$  (bài toán)

Theo đề bài, ta có phương trình:  $3y + 16 + 4[61 - (y + x + 7)] = 183$

$$\Leftrightarrow 3y + 16 + 4(54 - y - x) = 183$$

$$\Leftrightarrow 3y + 16 + 216 - 4y - 4x = 183$$

$$\Leftrightarrow -4x - y + 49 = 0$$

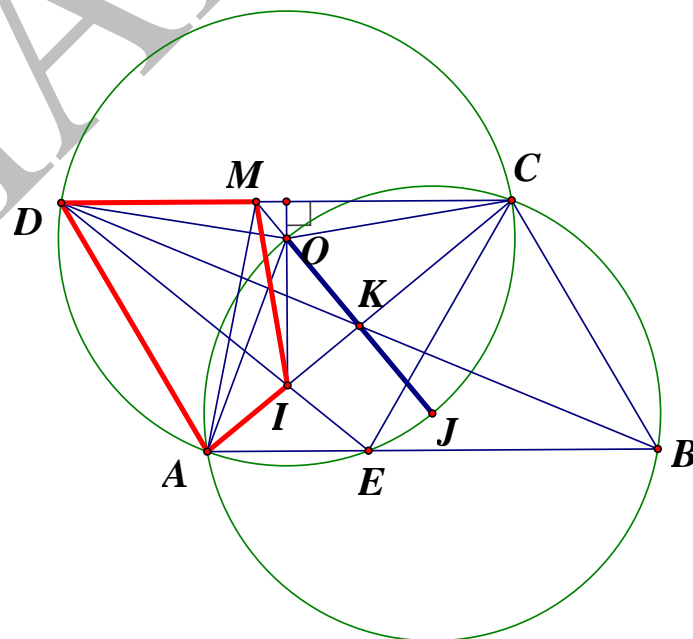
$$\Leftrightarrow y = -4x + 49$$

mà  $y < 31$  nên  $-4x + 49 < 31 \Leftrightarrow 4x > 18 \Leftrightarrow x > 4,5$

mặt khác:  $x \in \mathbb{N}^*$  nên  $x \geq 5$ . Khi  $x = 5$  thì  $y = 29$  (thỏa mãn)

Vậy An nghỉ ít nhất 5 ngày.

**Bài 5:** (3 điểm) Hình bình hành ABCD có tam giác ADC nhọn,  $\angle ADC = 60^\circ$ . Đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ADC cắt cạnh AB tại E ( $E \neq A$ ), AC cắt DE tại I.



# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

a) Chứng minh: tam giác BCE đều và  $IO \perp DC$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \text{CBE} = \text{CDA} = \text{CEB} \\ \text{ADC} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \text{CBE} = \text{CEB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta \text{CBE đều}$$

Ta có:  $\text{IDC} = \text{IAE} = \text{ICD} \Rightarrow \Delta \text{IDC}$  cân tại I  $\Rightarrow \text{ID} = \text{IC}$ . Mà  $\text{OD} = \text{OC}$ .

Nên IO là đường trung trực của DC.  $\Rightarrow IO \perp DC$

b) Gọi K là trung điểm BD, KO cắt DC tại M. Chứng minh A, D, M, I cùng thuộc một đường tròn.

Chứng minh được: K là trung điểm của AC, suy ra OK là đường trung trực của đoạn AC

mà  $M \in OK$  nên  $\text{MA} = \text{MC} \Rightarrow \Delta \text{MAC}$  cân tại M  $\Rightarrow \widehat{\text{MAI}} = \widehat{\text{MCI}}$

Mặt khác:  $\widehat{\text{MCI}} = \widehat{\text{MDI}}$  (...) nên  $\widehat{\text{MAI}} = \widehat{\text{MDI}} \Rightarrow$  Tứ giác ADMI nội tiếp (...)

$\Rightarrow$  A, D, M, I cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính  $\frac{OJ}{DE}$ .

$$\widehat{\text{ADC}} = 60^\circ \Rightarrow \text{DE} = \text{AC} = R\sqrt{3} \quad (1)$$

Ta có:  $\widehat{\text{AJC}} = 2\widehat{\text{ABC}} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \widehat{\text{ABC}} + \widehat{\text{ADC}} = 180^\circ \Rightarrow$  Tứ giác ADCJ nội tiếp

$$\Rightarrow J \in (O) \Rightarrow OJ = R \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{OJ}{DE} = \frac{R}{R\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Lưu ý: Nếu  $\text{AB} < \text{AD}$  thì kết quả bài toán không đổi.

 HẾT 